Пример 1. Груз A силой тяжести P_1 опускается вниз по грани призмы с силой тяжести P, приводя в движение груз B, имеющий силу тяжести P_2, с помощью нити, перекинутой через невесомый блок C.

Считая пол, грани призмы и грузов гладкими, определить давление призмы на пол и выступ, препятствующий перемещению призмы, а также силу натяжения нити. Углы наклона боковых граней призмы α и β (рис. 84, *а, б*).

Решение. Применим к системе, состоящей из призмы, грузов, нити и блока, следствия из принципа Даламбера, составив условия равновесия внешних сил и сил инерции системы.

Предположим, что ускорение груза A направлено вниз и равно a. Для абсолютных значений сил инерции грузов A и B соответственно имеем

$$\Phi_1=\frac{P_1}{g}a;\quad \Phi_2=\frac{P_2}{g}a.$$

Направления сил инерции $\bar{\Phi}_1$ и $\bar{\Phi}_2$ указаны на рисунке.

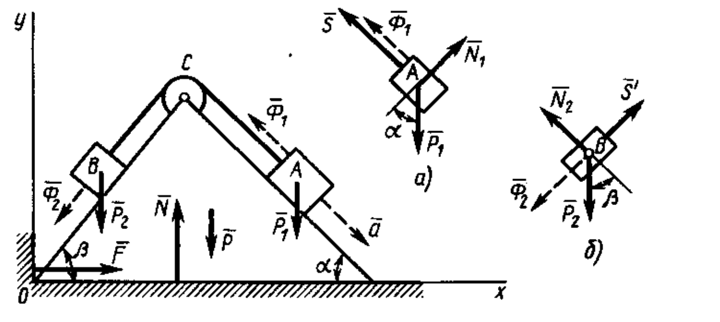

Рис. 84

Составляя условия равновесия внешних сил системы $\bar{P}_1$, $\bar{P}_2$, $\bar{P}$, $\bar{N}$, $\bar{F}$ и сил инерции $\bar{\Phi}_1$ и $\bar{\Phi}_2$ в проекциях на координатные оси Ox, Oy получим:

для Ox

$$F-\frac{P_1}{g}a\cos\alpha-\frac{P_2}{g}a\cos\beta=0;$$

для Oy

$$N-P_1-P_2-P+\frac{P_1}{g}a\sin\alpha-\frac{P_2}{g}a\sin\beta=0.$$

Из этих уравнений имеем

$$\left.\begin{aligned}F&=\frac{a}{g}(P_1\cos\alpha+P_2\cos\beta);\\ N&=P_1+P_2+P-\frac{a}{g}(P_1\sin\alpha-P_2\sin\beta).\end{aligned}\right\}\qquad (а)$$

Для определения силы натяжения нити S и ускорения грузов применим принцип Даламбера к каждому грузу в отдельности, составив условия равновесия внешних сил грузов и сил инерции на направление нити. Получим:

для груза A (рис. 84, *а*)

$$S+\frac{P_1}{g}a-P_1\sin\alpha=0;\qquad (б)$$

для груза B (рис. 85, *б*)

$$S-\frac{P_2}{g}a-P_2\sin\beta=0,\qquad (б')$$

так как $S'=S$ для случая невесомого блока.

Из (б) и (б'), исключая S, определяем a:

$$a=g\frac{P_1\sin\alpha-P_2\sin\beta}{P_1+P_2}.\qquad (в)$$

Для того чтобы груз двигался вниз, должно выполняться условие $a>0$ или

$$P_1\sin\alpha-P_2\sin\beta>0.$$

Подставляя полученное значение a в (а), получаем

$$F=\frac{(P_1\cos\alpha+P_2\cos\beta)(P_1\sin\alpha-P_2\sin\beta)}{P_1+P_2};$$

$$N=P_1+P_2+P-\frac{(P_1\sin\alpha-P_2\sin\beta)^2}{P_1+P_2}.$$

Давление призмы на выступ, согласно закону о равенстве сил действия и противодействия, будет $\bar{F}'=-\bar{F}$; давление призмы на пол $\bar{N}'=-\bar{N}$.

Для определения натяжения нити S следует подставить значение ускорения a в одно из уравнений (б) или (б'). Тогда

$$S=P_2\sin\beta+\frac{P_2}{g}a=\frac{P_1P_2(\sin\alpha+\sin\beta)}{P_1+P_2}.$$

Пример 2. Однородный тонкий стержень AB силой тяжести P и длиной l жестко скреплен с вертикальным валом OO_1 под углом α (рис. 85, *а*). Вал OO_1 вместе со стержнем AB вращается с постоянной угловой скоростью ω. Определить реакции стержня в заделке A.

Решение. Применим к внешним силам и силам инерции стержня AB следствия из принципа Даламбера в форме условий равновесия сил. Неизвестные реакцию $\bar{R}_A$ и векторный момент в заделке $\bar{M}_A$ разложим по осям координат.

Если разбить весь стержень на элементарные участки одинаковой длины, то ускорения середин этих участков распределятся вдоль стержня по линейному закону (рис. 85, *б*), так как ускорение каждой точки стержня $a_k=r_k\omega^2$, где r_k — расстояние k-й точки до оси вращения. Силы инерции элементарных участков стержня, принимаемых за точки, распределятся тоже по линейному закону, образуя треугольник. Распределенные так параллельные силы имеют равнодействующую силу, линия действия которой отстоит от основания треугольника на расстоянии $^1/_3 l$ по стержню и $^2/_3 l$ от вершины треугольника. Равнодействующая сила $\bar{\Phi}^*$ всегда равна главному вектору $\bar{\Phi}$ распределенных по треугольнику сил. Для главного вектора сил инерции имеем

$$\bar{\Phi}=-M\bar{a}_C,$$

где $\bar{a}_C$ — ускорение центра масс стержня, т. е. его средней точки. Таким образом,

$$\Phi^*=\Phi=\frac{P}{g}a_C=\frac{P}{g}\omega^2\frac{l}{2}\sin\alpha.$$

Составим шесть условий равновесия сил, приняв, что стержень в рассматриваемый момент времени находится в координатной плоскости Ayz. Тогда для проекций сил и моментов их относительно осей координат Ax, Ay, Az имеем:

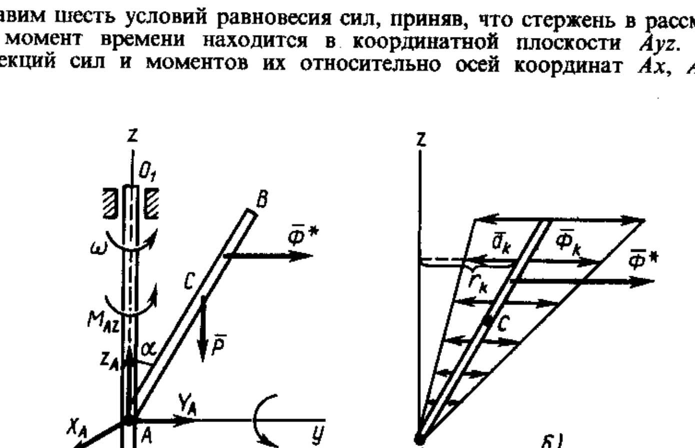

Рис. 85

$$X_A=0;\quad Y_A+\Phi^*=0;\quad Z_A-P=0;$$
$$M_{Ax}-P\frac{l}{2}\sin\alpha-\Phi^*\frac{2}{3}l\cos\alpha=0;$$
$$M_{Ay}=0;\quad M_{Az}=0.$$

Подставляя в эти уравнения значение Φ^* и решая их относительно неизвестных, получаем:

$$X_A=0;\quad Y_A=-\frac{P}{g}\omega^2\frac{l}{2}\sin\alpha;\quad Z_A=P;$$
$$M_{Ax}=\frac{Pl}{2}\left(\sin\alpha+\frac{l\omega^2}{3g}\sin 2\alpha\right);$$
$$M_{Ay}=0;\quad M_{Az}=0.$$

Для силы реакции и момента в заделке имеем

$$R_A=\sqrt{X_A^2+Y_A^2+Z_A^2}=P\sqrt{1+\frac{l^2\omega^4}{4g^2}\sin^2\alpha};$$
$$M_A=\sqrt{M_{Ax}^2+M_{Ay}^2+M_{Az}^2}=\frac{Pl}{2}\left(\sin\alpha+\frac{l\omega^2}{3g}\sin 2\alpha\right).$$